

СИММЕТРИЯ В МАТЕМАТИКЕ И ИСКУССТВЕ

Виталий Хазанский

По нам неведомой методе
Всевышний к выводу пришёл -
Создал симметрию в природе
И молвил: "Это хорошо!"

Понятие симметрии люди обычно познают, когда им указывают зеркально подобные объекты или части целого и сообщают, что они симметричны. Одна из наиболее заметных и распространённых симметрий в нашем восприятии - симметрия человеческого лица (Рис. 1).

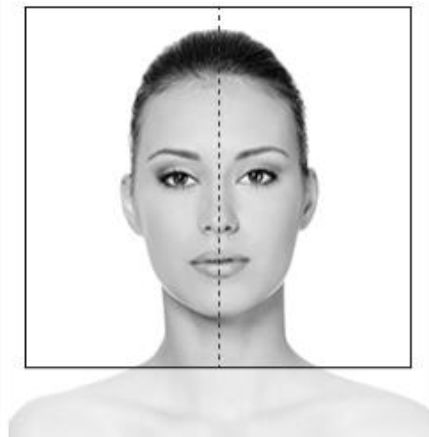


Рис. 1

Нарушение симметрии в половинках лица заметно чаще ассоциируется с негативным, чем наличие симметрии, и это в свою очередь способствует ассоциации, что симметрия - хорошо.

Часто встречаемый тип симметрии - **зеркальная симметрия** - отражение в плоском зеркале (Рис. 2).

Некоторые используемые людьми понятия достаточно важны, поэтому им присваивают термины и дают определения (порой различные в разных источниках). **Симметрия** (от греческого *Συμμετρία* – означает соразмерность) - это соответствие, гармония – она весьма распространена и важна в нашем мире, причём в первую очередь мы наблюдаем её в пространстве. А поскольку основной аппарат анализа пространства -



Рис. 2.

геометрия, начнём с геометрического взгляда на симметрию, где определяют в частности следующие типы симметрий:

Симметрия относительно точки, или центральная симметрия - такое свойство объекта, что для некой постоянной точки (назовём её - Центр) линия, проведённая через любую точку этого объекта и центр, попадает в другую точку объекта на таком же расстоянии от Центра, но по иную его сторону (Рис. 3).



Рис. 3.

Осевая симметрия - свойство плоской фигуры быть разделённой некоторой осью так, что каждой её точке по одну сторону этой оси соответствует равноудалённая от оси точка по другую её сторону (Рис. 4). Фигура может иметь несколько осей симметрии (и даже бесконечное - круг) (Рис. 5).

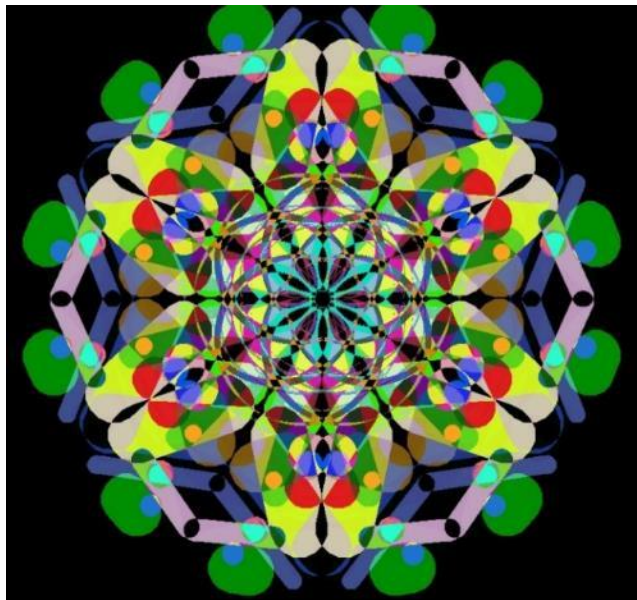


Рис. 5.



Рис. 4.

Симметрия относительно плоскости - свойство тела быть разделённым некоторой плоскостью так, что каждой его точке по одну сторону этой плоскости соответствует равноудалённая от плоскости точка по другую её сторону (Рис. 6).

Тело может иметь несколько плоскостей симметрии (и даже бесконечное - шар).

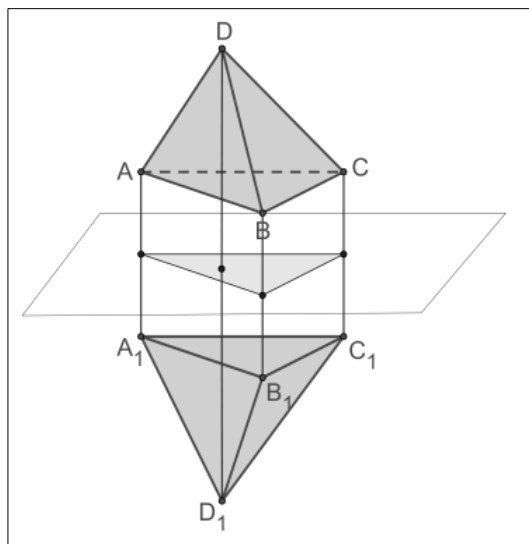


Рис. 6.

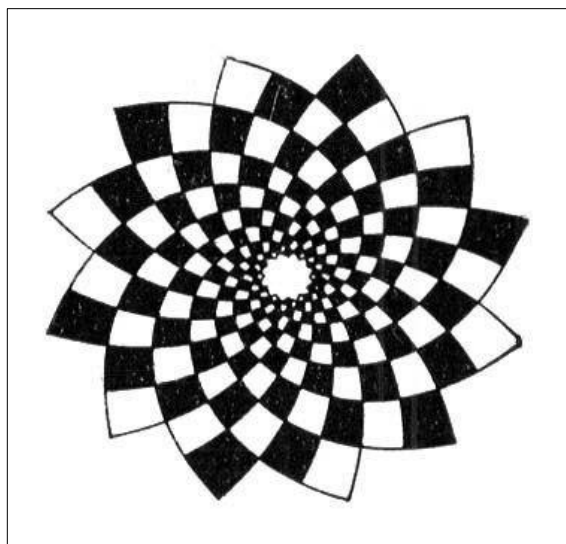


Рис. 7.

Вращательная симметрия - совпадение объекта (другими словами, переход его в себя) при повороте его вокруг оси на определённые углы (Рис. 7).

Значимая симметрия встречается в природе не только визуально и поэтому исследуется не только геометрией, но и другими областями **математики** - науки, изучающей общие измеряемые абстрактные свойства нашего мира, отражаемые числами, формами, упорядоченностью, связями и прочими факторами.

Существенное проявление симметрии в алгебре разрешило вопрос решения алгебраического уравнения любой степени "**в радикалах**", то есть выражения корней уравнения через коэффициенты, используя только арифметические действия и извлечение корней. В 1823 году Нильс Абель доказал, что для уравнений степени 5 и выше решение «в радикалах» в общем виде невозможно. (**Теорема Абеля — Руффини**). Несколько лет спустя Эварист Галуа нашёл необходимое и достаточное условие для того, чтобы корни уравнения допускали выражение через радикалы. Для этого Галуа разработал исключительно важные математические структуры: **группу**, **поле** и **симметрическую группу** - группу всех перестановок множества X относительно операции композиции. (Оба этих математика прожили очень короткую жизнь: Абель - 26 лет, Галуа - 20 лет).

Краткое популярное пояснение терминологии:

Группа: Множество и бинарная операция (+) на нём:

Операция + ассоциативна: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Существует нейтральный элемент 0 относительно операции + : $a + 0 = a$.

Каждый элемент множества имеет обратный элемент $-a$: $a + -a = 0$.

Композиция функций (или суперпозиция функций) — это применение одной функции к результату другой.

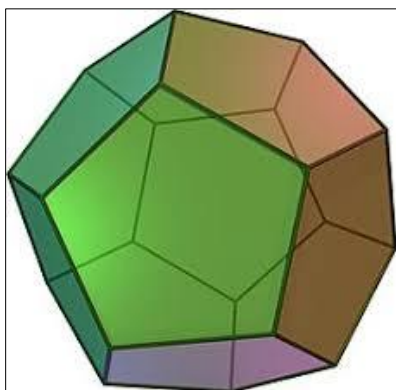
Перестановка на множестве: функция, переводящая все элементы множества взаимно-однозначно в другие элементы этого множества.

По ранее приведённой терминологии осевая симметрия совсем не то, что вращательная. Однако в естественных науках (в частности, кристаллографии) **под осевой симметрией**

порой понимают вращательную симметрию и придают ей **порядок n** , выражающий симметричность относительно поворотов на угол $360^\circ/n$ вокруг какой-либо оси. Замечено, что если $n=5$, то есть, в симметрии 5-го порядка нередко проявляется одно из очень важных природных отношений - "**золотое сечение**": такое соотношение двух величин b и a , $a > b$, когда справедливо $a/b = (a+b)/a$.

Наиболее известными трёхмерными представителями симметрии пятого порядка, являются **додекаэдр** и **икосаэдр**. Можно сказать, что всюду, где в структуре проявляются додекаэдр, икосаэдр или их производные, там в описании будет появляться и золотое сечение.

Додекаэдр



Икосаэдр

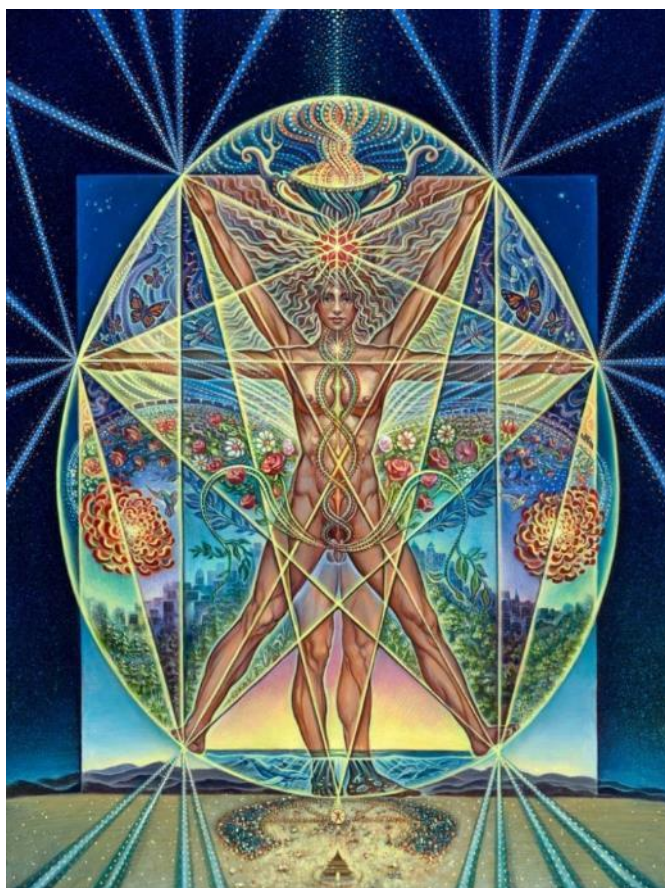
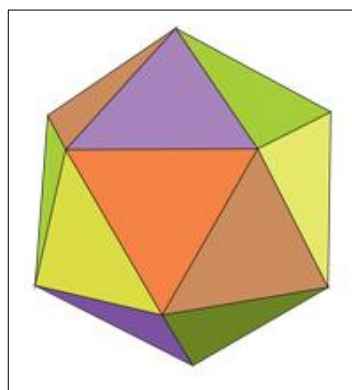


Рис. 8.

Симметрия является существенным фактором и объектом изучения также в сфере естественных наук, технике, социальных отношениях, искусстве и других областях.

Визуальная симметрия - обычно первая, которую воспринимают люди в своей жизни, и её же чаще подмечают в природе и, как правило, вырабатывают связанную с ней позитивную ассоциацию. В **изобразительном искусстве** человеческая предрасположенность к симметрии используется с декоративной и концептуальной целями.

Например, картина Аманды Сейдж, нередко использующей симметрию в своём творчестве (Рис. 8). Присутствие симметрии усиливает эффект в картине "Тайная Вечеря" Леонардо да Винчи (Рис. 9) и в картинах Морица Эшера (Рис. 10).



Рис. 9.

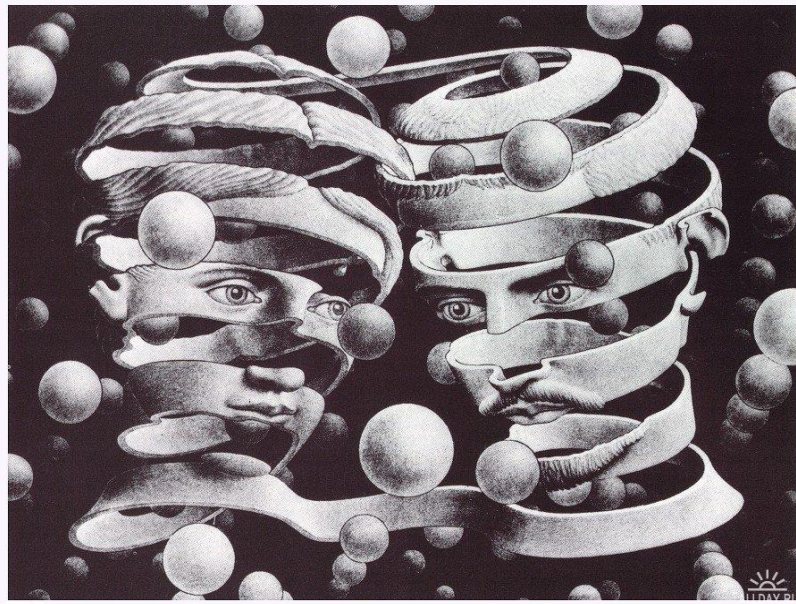


Рис. 10.

Очень часто используется симметрия в архитектуре (Рис. 11, 12).



Рис. 11.

Не случайно и **симметрия фраз (палиндромы)**

возбуждает авторов и читателей:

"А роза упала на лапу Азора" (А. А. Фет).

"Я иду с мечём, судия!" (Г. Р. Державин).

"Аргентина манит негра" (М. А. Булгаков).

"А луна канула" (А. А. Вознесенский).

"Муза ранясь шилом опыта, ты помолишься на разум" (Д. Е. Авалиани)

"Унежь жену. Унежь же, ну!" (Лион Надель)

"Жена мужу – манеж" (Михаил Фельдман)

В **общественной сфере** мы способны сопереживать другому человеку и действовать, сопереживая ему. Но свойство сопереживания проявляется у людей в разной степени, определяя во многом общественные установки человека. В то же время действие человека порой является ответным, поэтому основной ориентации на сопереживание не противоречит ограничивающая её симметричная установка: "Убей пришедшего убить тебя".



Рис.12.

Симметрия придаёт определённый порядок, упрощает и украшает область своего проявления. Тем не менее, симметрия, увязывающая с явлениями их некую обратную сторону, имеет и сама "вторую сторону медали". И это отразил **Владимир Высоцкий** в своём единственном упоминании симметрии (1966-1967):

*"В мире - тишь и безветрие,
Тишина и симметрия,-
На душе моей - тягостно,
И живу я безрадостно".*

И всё-таки повсеместное проявление симметрии, в частности в глобальной физической силе противодействия, даёт намёк о её фундаментальной роли в мироздании. Возможно, к следующей конференции посвящённой симметрии (лет через 20) мы полностью выявим эту роль, а пока завершу полным текстом стиха, с которого начал это выступление:

Любое наше шевеленье
Рождает действие в ответ,
И это лучше без сомненья,
Чем навсегда потухший свет.

По нам неведомой методе
Всевышний к выводу пришёл -
Создал симметрию в природе
И молвил: "Это хорошо!"

Он дал индукцию в пространстве,
И время смысл приобрело -
В затеянном непостоянстве
Все измерения свело.

Ответ цепляет продолженье,..
Но беспредельно ли движенье?

